

N.E.: 5304857204

SOBRE LA ESTIMACION DE PRIMAS POR PLAZO DENTRO DE LA  
ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERES

Rafael Flores de Frutos  
Instituto Complutense de Análisis Económico  
Universidad Complutense  
Campus de Somosaguas  
28223 Madrid

W  
49  
(9302)

RESUMEN

En este trabajo se ponen de manifiesto las limitaciones de los procedimientos habituales para estudiar las primas por plazo dentro de la estructura temporal de tipos de interés. Con objeto de superar estas limitaciones, se propone el uso de modelos ARMA multivariantes. También se lleva a cabo un análisis empírico de las primas por plazo en el mercado interbancario español.

ABSTRACT

This paper highlights the shortcomings of the standard procedures to study the term premia in the term structure of interest rates, and proposes a multivariate ARMA framework to deal with this problem. Also it is carried out an empirical analysis of the term premia in the Spanish interbank money market.

n.e.: X-53-156665-9

## I. Introducción

Diferentes propiedades estadísticas de las primas por plazo tales como, constancia versus variabilidad en el tiempo, estacionariedad versus no-estacionariedad y signo constante versus variable, conducen a teorías diferentes acerca de la estructura temporal de tipos de interés. Teoría de las Expectativas Puras (Mieselman, 1962), Teoría de la Preferencia por la Liquidez (Hicks, 1939), Teoría de la Segmentación (Culberston, 1957) y Teoría del Habitat Preferido (Modigliani y Such, 1967). El conocimiento de dichas propiedades es uno de los objetivos más importantes del análisis de la estructura temporal, ya que permitirá explicar el comportamiento de los agentes de acuerdo con una u otra teoría.

Una forma habitual de abordar este problema es a través de la estimación de las primas por plazo. El enfoque estándar consiste en suponer una ecuación de comportamiento para cada prima. Este supuesto permite, a través de la estimación de los parámetros relevantes de dicha ecuación, estimar directamente cualquier prima por plazo, estudiar sus propiedades estadísticas y analizar sus determinantes. Algunos ejemplos son los trabajos de Jones y Roley (1983), Mankiw y Summers (1984), Engle, Lilien y Robins (1987), Ayuso, Novales y de la Torre (1991) y Freixas y Novales (1992).

En todos estos trabajos se supone que la prima por plazo es una función lineal y estática de un conjunto, más o menos amplio, de variables. La volatilidad<sup>1</sup> de los tipos a más corto plazo, los diferenciales de tipos, la tasa de desempleo, las ofertas de activos y las tenencias de títulos nacionales por parte de extranjeros, son algunas de las variables explicativas que se han utilizado.

La ausencia de retroalimentación es un supuesto estándar en estos trabajos. Se supone, implícitamente, que la relación entre primas y variables explicativas es unidireccional, las primas no causan en sentido de Granger ninguna de las variables explicativas. Por otro lado, el hecho de abordar el problema dentro de un contexto uniecuacional lleva consigo otras limitaciones. En un

<sup>1</sup> Existen distintas definiciones de esta variable a las cuales se hace referencia más adelante.

contexto uniecuacional no se tienen en cuenta el resto de relaciones dinámicas que ligan entre sí a las variables explicativas. Este hecho, aún en el caso de ausencia de retroalimentación, llevará a estimaciones ineficientes de las primas por plazo.

Estas limitaciones del análisis estándar pueden dar lugar a estimaciones inadecuadas de las primas por plazo, y estas a su vez apoyar erróneamente determinadas teorías acerca de la estructura temporal de tipos. Con objeto de superarlas, este artículo propone un marco diferente para el análisis general de la estructura temporal de tipos de interés, dicho marco es el de los modelos ARMA multivariantes.

Un análisis multivariante estocástico sobre el vector de variables que componen el conjunto de información del investigador, permite obtener estimaciones de las primas por plazo sin las restricciones que incorpora el análisis uniecuacional, constituye un marco idóneo para el contraste de dichas restricciones y en el caso de aceptarse proporciona los mismos resultados que el análisis estándar.

Una ventaja adicional de este tipo de análisis, es que facilita el estudio de la presencia de factores comunes dentro del vector de variables que integran el conjunto de información. La presencia de factores comunes no estacionarios, implica la existencia de relaciones de cointegración, véase Granger (1981) para la definición de este concepto. Hall, Anderson y Granger (1992) demuestran, bajo el supuesto de que los tipos de interés son variables integradas de orden 1,  $I(1)$ , que la presencia de  $r < n$  relaciones de cointegración en un vector de  $n$  tipos de interés, implica la existencia de  $r$  primas por plazo y  $r$  diferenciales,  $I(0)$ . En el presente trabajo se demuestra la proposición contraria, esto es, si los tipos de interés son variables  $I(1)$  y no existen relaciones de cointegración, las primas por plazo también serán variables  $I(1)$ . Por consiguiente, dentro del proceso de elaboración del modelo ARMA multivariante, el análisis de la presencia de cointegración entre tipos de interés, revela inmediatamente importantes propiedades estadísticas de las primas por plazo.

El artículo consta también de una sección empírica, en la que

con un modelo ARMA multivariante, elaborado con datos semanales sobre los tipos de interés a uno, siete, quince y treinta días del mercado interbancario español, se analizan las siguientes primas por plazo: quince días versus siete, treinta días versus siete y treinta días versus quince. También, con objeto de analizar la importancia relativa de los distintos determinantes de las primas por plazo, se propone una diagonalización de la matriz de varianzas y covarianzas del vector de perturbaciones del modelo estimado.

En este análisis se detectan relaciones de retroalimentación, así como dependencia dinámica entre las primas y todas las variables en el conjunto de información, por lo que un análisis uniecuacional no hubiera resultado adecuado.

No se detectan relaciones de cointegración en el vector de tipos, las primas son claramente no estacionarias y parecen apoyar la hipótesis del Habitat Preferido.

El resto del artículo se organiza de la manera siguiente.

La Sección II presenta los procedimientos más utilizados en la literatura para el cálculo de las primas por plazo. En la Sección III se derivan las expresiones analíticas para las primas por plazo en un contexto multivariante estocástico. La Sección IV presenta el análisis empírico que ilustra el procedimiento de análisis expuesto en la Sección III. Por último en la Sección V se presentan las conclusiones.

## II. Estimación de las Primas por Plazo

Para simplificar la exposición se supone la existencia de dos activos financieros, A y B. El activo A tiene un vencimiento de dos semanas y paga un tipo de interés continuo anual  $R_t$ . El activo B tiene un vencimiento de una semana y paga un tipo de interés continuo anual  $r_t$ .

La prima por plazo implícita en el activo A frente al B se define como:

$$\begin{aligned}\pi_t^{2,1} &= 2R_t - r_t - E_t(r_{t+1}) \\ &= f_{t,t+1} - E_t(r_{t+1})\end{aligned}\quad (1)$$

donde  $f_{t,t+1}$  es el rendimiento futuro implícito en  $R_t$ , respecto a  $r_t$ , de una inversión en el activo B que se inicia en el período  $t+1$ , a este rendimiento se le denomina tipo "forward". El término  $E_t(\cdot)$  representa la esperanza matemática condicional en  $t$ .

Para estimar  $\pi_t^{2,1}$  se han empleado tradicionalmente tres tipos de estrategias:

1) Preguntar a los agentes, a través de una encuesta, por sus expectativas en  $t$ , sobre  $r_{t+1}$ . Dado que  $R_t$  y  $r_t$  se suponen conocidos en  $t$ ,  $\pi_t^{2,1}$  se estima a partir de (1). Este procedimiento empleado en Kane y Malkiel(1967) presenta serias limitaciones relacionadas con la fiabilidad de las respuestas de los agentes, véase Friedman(1980).

2) Construir un modelo econométrico convencional de ecuaciones simultaneas, cuyas ecuaciones de comportamiento relacionen los tipos de interés con otras variables de la economía. Usar ese modelo para calcular  $E_t(r_{t+1})$  y obtener  $\pi_t^{2,1}$  por diferencia a partir de (1). Modigliani y Shiller(1973) construyen un modelo con esas características. Estos autores fijan  $\pi_t^{2,1}$  y contrastan la compatibilidad de su modelo con el modelo de las expectativas. De la misma manera, bajo el supuesto de compatibilidad de modelos, es posible calcular la prima por plazo. Este enfoque es criticado por McCulloch(1975) debido a las restricciones que suelen imponerse sobre el conjunto de información que manejan los agentes.

3) Bajo el supuesto de que los agentes tienen expectativas racionales, el último enfoque consiste en suponer una ecuación de comportamiento para la prima y estimar sus parámetros relevantes usando alguno de los modelos siguientes:

a) Tipo Jones y Roley(1983)

$$\begin{aligned}2R_t - r_{t+1} &= \pi_t^{2,1} + B r_t + \epsilon_{t+1} \\ \pi_t^{2,1} &= x_t' \alpha\end{aligned}\quad (2)$$

donde  $\alpha$  es un vector de parámetros y  $x_t'$  es un vector fila de variables explicativas formado por:  $R_t$ , la tasa de desempleo, el riesgo, la oferta de títulos de los activos A y B y las tenencias de títulos por parte de extranjeros.

b) Tipo Engle, Lillien y Robins(1987)

$$\begin{aligned} f_{t,t+1} - r_{t,t+1} &= \pi_t^{2,1} + \epsilon_{t+1} \\ \pi_t^{2,1} &= \alpha_1 + \alpha_2 \ln h_{t,t+1} + \alpha_3 (R_t - r_t) \\ h_{t,t+1}^2 &= \beta_1 + \beta_2 \sum_{i=1}^p \omega_i \epsilon_{t-i+1}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

donde  $\ln h_{t,t+1}$  es la volatilidad del tipo a corto, definida como el logaritmo neperiano de la desviación típica condicional del término de perturbación  $\epsilon_{t+1}$ .

c) Tipo Freixas y Novales(1992)

$$\begin{aligned} r_{t,t+1} - r_t &= \pi_t^{2,1} + \beta (f_{t,t+1} - r_t) + \epsilon_{t+1} \\ \pi_t^{2,1} &= \alpha_1 + \alpha_2 \text{Volatilidad}_t \end{aligned} \quad (4)$$

donde la variable volatilidad se define como en Fama(1976).

En los tres casos, es posible obtener una estimación consistente de  $\pi_t^{2,1}$  estimando consistentemente los parámetros de la función lineal que se supone para esta variable. Este último enfoque evita tener que calcular  $E_t(r_{t,t+1})$ , para estimar  $\pi_t^{2,1}$ , sin embargo, al tener que especificar para  $\pi_t^{2,1}$  un modelo de comportamiento, introduce en el análisis un nuevo elemento de arbitrariedad: la ecuación de comportamiento, unidireccional y estática para  $\pi_t^{2,1}$ .

A la vista de los modelos (2), (3) y (4) cabe preguntarse: 1) ¿por qué la relación entre  $\pi_t^{2,1}$  y los elementos del vector  $x'_t$  ha de ser estática?, 2) ¿por qué ha de ser unidireccional? y 3) ¿qué otras relaciones dinámicas existen entre las variables del vector  $x'_t$ ?

Si  $R_t$ ,  $r_t$  y  $x'_t$  están en relación dinámica, la prima por plazo dependerá dinámicamente de  $R_t$ ,  $r_t$  y  $x'_t$ . Al mismo tiempo,  $r_t$  y  $x'_t$  dependerán dinámicamente de  $\pi_t^{2,1}$ , ya que dependen de  $R_t$ . Nótese que  $\pi_t^{2,1}$  es una parte de  $R_t$ . Por consiguiente, la relación entre la prima por plazo y el resto de variables que intervienen en el análisis puede ser dinámica y bidireccional.

Por otro lado, en un contexto multivariante estocástico, la relación dinámica que liga a  $\pi_t^{2,1}$  con  $R_t$ ,  $r_t$  y las  $k$  variables del vector  $x'_t$ , es tan sólo una de las  $k+2$  relaciones posibles en  $(R_t \ r_t \ x'_t)'$ . Considerar dicha relación de forma aislada e independiente del resto, implica renunciar a un conjunto de información potencialmente importante. Dicha omisión, en el mejor de los casos, puede conducir a una pérdida de eficiencia en la estimación de  $\pi_t^{2,1}$ .

La discusión anterior pone de manifiesto la principal limitación de este tipo de análisis, esto es, la especificación a priori de la relación de comportamiento para la prima por plazo.

En la sección siguiente se derivan las relaciones dinámicas que pueden existir entre las variables que componen el conjunto de información manejado por los agentes, en el caso general multivariante estocástico. Se derivan las expresiones analíticas que relacionan las primas por plazo con las variables dentro de dicho conjunto de información. Y por último se propone un método para el análisis de dichas primas.

### III. Contexto Multivariante Estocástico

Supongamos que el conjunto de información que utilizan los agentes para formar sus expectativas consta tan sólo del presente y pasado de cuatro variables. Dos tipos de interés,  $r_t$  (tipo a corto) y  $R_t$  (tipo a largo), y dos variables cualesquiera  $x_t$  e  $y_t$ .

Supongamos que todas ellas son variables  $I(1)$  y que no existe ninguna relación de cointegración en el vector que definen. Estos supuestos no son necesarios pero simplifican la exposición y posterior comprensión del análisis empírico llevado a cabo en la sección siguiente.

Cualquiera que sea el modelo estructural dinámico que relaciona las variables del vector  $Vz_t = (Vx_t \ Vr_t \ VR_t \ Vy_t)'$ , éste se puede expresar como un proceso ARMA multivariante estocástico, Jenkins y Alavi(1981) y Zellner y Palm(1974).

El vector  $z_t$  seguirá el proceso:

$$z_t = \Psi(B) a_t \quad (5)$$

donde  $a_t$  es un vector de variables aleatorias, idéntica e independientemente distribuidas de forma normal, con matriz de varianzas y covarianzas contemporánea  $\Sigma$ ,  $\Psi(B)$  es una matriz polinomial  $4 \times 4$  cuyo elemento genérico  $(i,j)$  tiene la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \psi_{i,j}(B) &= 1 + \psi_{i,j,1}B + \psi_{i,j,2}B^2 + \psi_{i,j,3}B^3 + \dots & \text{para } i=j \\ &= \psi_{i,j,1}B + \psi_{i,j,2}B^2 + \psi_{i,j,3}B^3 + \dots & \text{para } i \neq j \end{aligned} \quad (6)$$

La matriz  $\Psi(B)$  se puede factorizar como:

$$\begin{aligned} \Psi(B) &= D^{-1} \Phi(B) \\ D^{-1} &= \nabla^{-1} I_{(4 \times 4)} \\ \Phi(B) &= \Phi^{-1}(B) \Theta(B) \end{aligned} \quad (7)$$

donde las raíces de los determinantes de las matrices polinomiales  $\Phi(B)$  y  $\Theta(B)$ , caen fuera del círculo unidad.

La expresión analítica que relaciona la prima por plazo con el resto de variables del vector  $z_t$  se obtiene fácilmente a partir de (1) y (5). Dicha expresión toma la forma general:

$$\pi_t^{2,1} = S(B) a_t \quad (8)$$

o utilizando (5):

$$\pi_t^{2,1} = S(B) \Psi^{-1}(B) z_t \quad (9)$$

donde

$$S(B) = [S_x(B) \ S_r(B) \ S_n(B) \ S_y(B)] \quad (10)$$

es un vector de polinomios en  $B$  cuyos elementos toman la forma:

$$\begin{aligned} S_x(B) &= [2B\psi_{3,1}(B) - B\psi_{2,1}(B) - \psi_{2,1}(B)] \\ S_r(B) &= [2B\psi_{3,2}(B) - B\psi_{2,2}(B) - \psi_{2,2}(B) + 1] \\ S_n(B) &= [2B\psi_{3,3}(B) - B\psi_{2,3}(B) - \psi_{2,3}(B)] \\ S_y(B) &= [2B\psi_{3,4}(B) - B\psi_{2,4}(B) - \psi_{2,4}(B)] \end{aligned} \quad (11)$$

y

$$a_t = [a_{xt} \ a_{rt} \ a_{nt} \ a_{yt}]' \quad (12)$$

es el vector de errores.

Las expresiones (8) y (9) proporcionan información relevante sobre las propiedades estadísticas de la prima por plazo, así como de sus posibles determinantes.

La expresión (8) relaciona  $\pi_t^{2,1}$  con los errores de previsión, un período hacia delante, de todas las variables en  $z_t$ . Estos errores tienen asociada una estructura de retardos que viene dada por los componentes de  $S(B)$ . Nótese que todos ellos comparten el factor común  $\nabla^{-1}$ , por lo tanto  $\pi_t^{2,1}$ , en ausencia de cointegración, es una variable  $I(1)$ .

Usando (8) y siguiendo el trabajo de Black y Fisher (1976), secuencias de errores de previsión positivos en los tipos a corto, se pueden interpretar como "buenas noticias", secuencias de errores negativos como "malas noticias". Los componentes de  $S(B)$  dirán cuantos residuos positivos deben ocurrir para que puedan ser considerados como "buenas noticias". También será posible contrastar si las "buenas noticias" reducen las primas por plazo vía reducciones en la volatilidad, esto es, si es posible hablar acerca de "efecto apalancamiento" ("leverage effect") en los tipos de interés.

La expresión (9) relaciona de forma dinámica, la prima por plazo con las variables del vector  $z_t$ . Es claro a partir de (9) que,

en ausencia de restricciones sobre el producto  $S(B)\Psi^{-1}(B)$ ,  $\pi_t^{2,1}$  va a depender dinámicamente de todas las variables del vector  $z_t$ . Por consiguiente suponer que  $\pi_t^{2,1}$  es una función lineal y estática de sólo algunos de sus componentes, supone restringir a priori los elementos del producto  $S(B)\Psi^{-1}(B)$  y omitir tres de las cuatro relaciones dinámicas posibles. Una vez estimado el modelo, los coeficientes cero en el vector  $S(B)\Psi^{-1}(B)$  indicarán que variables no son relevantes en la determinación de la prima por plazo.

Dentro de este contexto, la estimación de la prima por plazo puede llevarse a cabo en tres etapas:

- Construir un modelo ARMA multivariante para el vector  $z_t$ .
- Usar este modelo para calcular  $E_t(r_{t+1})$ .
- Estimar  $\pi_t^{2,1}$  a partir de (1).

Los pasos b) y c) se pueden sustituir por el cálculo directo de la prima a través de las expresiones (8) o (9).

#### IV. Análisis Empírico

Se supone que los agentes disponen de información presente y pasada de las siguientes variables:

$$\begin{aligned} R1_t &= \ln\left(1 + \frac{1}{360}s1_t\right) \\ R7_t &= \ln\left(1 + \frac{7}{360}s7_t\right) \\ R15_t &= \ln\left(1 + \frac{15}{360}s15_t\right) \\ R30_t &= \ln\left(1 + \frac{30}{360}s30_t\right) \end{aligned} \quad (13)$$

donde  $s1_t$ ,  $s7_t$ ,  $s15_t$  y  $s30_t$  representan los tipos de interés simple anual, en tanto por uno, de base 360 días, correspondientes a los plazos de 1, 7, 15 y 30 días respectivamente, en el mercado interbancario español. Las variables  $R1_t$ ,  $R7_t$ ,  $R15_t$  y  $R30_t$  son los logaritmos neperianos de los rendimientos que producen los préstamos correspondientes, por peseta invertida y al término de

su plazo de vencimiento. Nótese que estas variables son directamente proporcionales a los tipos continuos cuando estos son pequeños. La relación exacta es:

$$\frac{360}{N}RN_t = \ln(1+r_{N,t}) \quad (14)$$

donde  $r_{N,t}$  es el tipo continuo a  $N=1,7,15$  y 30 días.

La muestra consta de 116 observaciones semanales correspondientes al período 4/1/89 al 20/3/91. Las series de datos se han elaborado a partir de una muestra diaria de tipos, suministrada por la Fundación de Estudios de Economía Aplicada (FEDEA). Como tipo representativo de cada semana se ha escogido el del miércoles correspondiente. Esta elección minimiza las fiestas y el número de observaciones extremas.

#### IV.1 Modelos Univariantes

El Cuadro 1 presenta un resumen de los modelos univariantes (US) elaborados para cada uno de los tipos:

Cuadro 1

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\bar{a}$	$\sigma^2$	Q(20)	As	Ku	Anom
VR1 <sub>t</sub>	.37 (.10)	.04 (.10)	.20 (.10)	.0	.0008	15.6	.6	3.2	8/89 28/89 14/91
VR7 <sub>t</sub>	.20 (.10)	-	-	.0	.0042	18.1	.9	4.1	8/89 28/89
VR15 <sub>t</sub>	-.15 (.09)	-.03 (.09)	-.23 (.09)	.0	.0081	21.0	1.3	4.5	7/89 28/89
VR30 <sub>t</sub>	-	-	-	.0	.0142	17.5	1.1	3.9	7/89 28/89

Desviaciones típicas en paréntesis. Media residual ( $\bar{a}$ ). Desviación típica residual ( $\sigma^2$ ). Estadístico Ljung-Box con 20 grados de libertad (Q). Coeficiente de asimetría (As). Coeficiente de Kurtosis (Ku). Valores Extremos entre 2.5 y 3.5 desviaciones típicas (Anom)

Con objeto de investigar la presencia de heteroscedasticidad condicional, se calculó la función de autocorrelación simple de la

serie de residuos al cuadrado. Previamente las series fueron depuradas de sus valores extremos. El cuadro 2 presenta las tres primeras autocorrelaciones y el estadístico Ljung-Box con 20 grados de libertad.

Cuadro 2

	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	Q(20)
VR1 <sub>t</sub>	.03	.06	.03	10.3
VR7 <sub>t</sub>	.10	.13	.07	18.9
VR15 <sub>t</sub>	.15	.12	.18	25.2
VR30 <sub>t</sub>	.21	-.01	-.03	13.9

$$\pm 2/\sqrt{n} = \pm .19$$

A la vista de los estadísticos presentados no parece que ninguno de los modelos presente graves errores de especificación. Por otra parte, los análisis de intervención llevados a cabo sobre las series de datos indican que los modelos son robustos a los valores extremos encontrados, afectando únicamente al coeficiente de kurtosis y contraste de heteroscedasticidad condicional.

#### IV.2 Modelo multivariante estocástico y primas por plazo

Siguiendo la metodología de Jenkins y Alavi(1981) se elaboró el siguiente modelo multivariante estocástico<sup>2</sup>:

$$\begin{pmatrix} VR1_t \\ VR7_t \\ VR15_t \\ VR30_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_{1,1}(B) & 0 & 0 & \Psi_{1,4}(B) \\ \Psi_{2,1}(B) & \Psi_{2,2}(B) & 0 & \Psi_{2,4}(B) \\ \Psi_{3,1}(B) & 0 & \Psi_{3,3}(B) & \Psi_{3,4}(B) \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_{4,4}(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{7t} \\ a_{15t} \\ a_{30t} \end{pmatrix} \quad (15)$$

<sup>2</sup> El modelo ha sido elaborado usando el paquete estadístico SCA. Este paquete utiliza un algoritmo de estimación por máxima verosimilitud exacta, basado en el trabajo de Hillmer y Tiao(1979).

donde:

$$\Psi_{1,1}(B) = 1 - .57B + .20B^2$$

(.06) (.06)

$$\Psi_{1,4}(B) = .02B - .01B^2$$

(.004) (.004)

$$\Psi_{2,1}(B) = 1.21B^3$$

(.32)

$$\Psi_{2,2}(B) = 1 - .42B - .10B^2$$

(.06) (.05)

$$\Psi_{2,3}(B) = .07B - .02B^2$$

(.02) (.01)

$$\Psi_{3,1}(B) = -1.21B$$

(.37)

$$\Psi_{3,3}(B) = 1$$

$$\Psi_{3,4}(B) = -.05B^2$$

(.02)

$$\Psi_{4,4}(B) = 1$$

(16)

El cuadro 3 presenta algunos estadísticos útiles para la diagnosis del modelo anterior. Las matrices de correlaciones cruzadas, calculadas hasta el retardo 20, sobre las series de residuos, no presentan ningún elemento significativamente distinto de cero.

Cuadro 3

	$\sigma^2$	As	Ku	Q(20)	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	Q'
VR1 <sub>t</sub>	.0008	.3	3.3	13.4	.00	.05	.03	6.2
VR7 <sub>t</sub>	.0040	.9	4.3	16.6	.12	.02	.03	17.6
VR15 <sub>t</sub>	.0080	1.3	4.2	21.7	.21	.10	.18	23.8
VR30 <sub>t</sub>	.0142	1.1	3.9	17.8	.21	.00	-.01	15.7

$\pm 2/\sqrt{n} = \pm .19$ . Estadístico Ljung-Box con 20 grados de libertad, aplicado a la función de autocorrelación simple de la serie de residuos al cuadrado ( $Q^2$ ).

A partir de este modelo y utilizando el desarrollo teórico de la Sección 2, se deducen las siguientes expresiones para las primas por plazo:

$$\nabla \pi_{t,30,7} = \frac{360}{7} [ (-1.21 - 1.21B - 1.21B^2 - 1.21B^3) a_{1,t} + (-3.64 + .52B + .10B^2 + .10B^3) a_{7,t} + (.83 - .05B + .02B^2) a_{30,t} ] \quad (17)$$

$$\nabla \pi_{t,15,7} = \frac{360}{7} [ (-1.28B - 1.21B^2 - 1.21B^3) a_{1,t} + (-1.58 + .42B + .20B^2) a_{7,t} + (-.07 - .05B - .03B^2) a_{30,t} + (1) a_{15,t} ] \quad (18)$$

$$\nabla \pi_{t,30,15} = \frac{360}{15} [ (1.28 + 1.28B) a_{1,t} + (1 + .05B + .05B^2) a_{30,t} - (2) a_{15,t} ] \quad (19)$$

Los gráficos 1, 2 y 3 muestran la evolución de dichas primas durante el período considerado.

[Introducir gráficos 1,2 y 3 aquí]

Las tres primas son variables en el tiempo. Las tres son variables I(1). Excepto  $\pi_{t,15,7}$ , las otras dos cambian de signo frecuentemente. Estos resultados parecen apoyar la hipótesis del Habitat Preferido, sin embargo, la Teoría de la Preferencia por la Liquidez no se rechaza para  $\pi_{t,30,7}$  ni para  $\pi_{t,15,7}$ . Un resultado similar obtienen Ayuso, Novales y de la Torre(1991) y Freixas y Novales(1992).

Dada la estructura diagonal por bloques del modelo multivariante estocástico, no puede haber relaciones de cointegración entre los elementos del vector de tipos. Además, dado que las tres variables son I(1), los diferenciales no pueden ser

estacionarios, esto es, no existe un factor común no estacionario dirigiendo la estructura temporal. Este resultado difiere del encontrado por Hall, Anderson y Granger(1992) con datos estadounidenses. Estos autores no encuentran cointegración para el total de período muestral, sin embargo la encuentran para subperíodos en los que la Reserva Federal utilizó los tipos de interés como variables objetivo de su política monetaria. En nuestro caso, el comportamiento del Banco de España ha sido homogéneo durante todo el período muestral, por lo tanto, la falta de cointegración no puede achacarse a la existencia de regímenes diferentes en la instrumentación de la política monetaria. Sin embargo, lo cierto es que durante ese período el objetivo del Banco de España no fue el control de los tipos de interés.

Las expresiones analíticas para las primas por plazo ponen de manifiesto la importancia de los errores de previsión un período hacia delante de la mayoría de las variables consideradas. Muchos de estos errores llevan asociada una estructura de retardos, lo que indica que los incrementos en las primas no convergen instantáneamente a su valor medio (cero), sino que generalmente necesitan de dos a tres semanas.

Los errores de previsión asociados a cada una de las variables del vector de tipos, no son independientes, de hecho las correlaciones instantáneas entre ellos son todas superiores a .64. No es posible por tanto, a partir de las expresiones analíticas para las primas, determinar qué error de previsión es el más importante en la explicación de una prima concreta, para ello es necesario ortogonalizar el vector de errores.

Existen infinitas matrices que premultiplicadas al vector de errores, proporcionan un nuevo vector con componentes ortogonales. Dichas matrices pueden interpretarse como efectos intrasemanales de unas variables sobre otras. Por tanto, elegir una matriz de transformación concreta, implica elegir una conjunto concreto de efectos intrasemanales. La fuerza de los argumentos en favor de un tipo concreto de transformación, determinarán su grado de arbitrariedad.

En nuestro caso, el problema se ha resuelto de la manera siguiente.



Supongamos que: 1) el tipo de interés a 30 días se determina de forma exógena al resto de los tipos, 2) el tipo a un día lo fija el Banco de España tomando como referencia el tipo a 30 días, 3) los tipos a 7 y 15 días se fijan en el mercado una vez que se conocen los tipos a uno y treinta días y 4) entre los tipos a siete y quince días no existe ninguna relación dinámica, tal y como indica el modelo ARMA cuatrivariante estimado.

Estos supuestos, aunque ciertamente arbitrarios dado que no se conoce cómo el Banco de España modifica el tipo a un día, están basados en dos argumentos:

a) En ausencia de efectos intrasemanales (instantáneos con datos semanales) el modelo ARMA estimado sugiere una interpretación de las relaciones entre tipos exactamente como la recogida en 1)-4). ¿Por qué no aplicar esta misma estructura de relaciones entre tipos dentro de la semana?.

2) Hall, Anderson y Granger(1992) encuentran, para el caso de las Letras del Tesoro en Estados Unidos, que los tipos a más largo plazo parecen determinarse de forma exógena al resto de tipos. Al mismo tiempo parecen impulsar la estructura temporal, esto es, contienen información relevante para la previsión de los tipos a más corto plazo.

La estructura de relaciones entre tipos que se deriva de los supuestos realizados, se puede expresar matemáticamente de la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
 i. \quad R1_t &= v_{1,30}(B)R30_t + N1_t \\
 &\quad \Pi_1(B) \nabla N1_t = e_{1t} \\
 ii. \quad R7_t &= v_{7,30}(B)R30_t + v_{7,1}(B)R1_t + N7_t \\
 &\quad \Pi_7(B) \nabla N7_t = e_{7t} \\
 iii. \quad R15_t &= v_{15,30}(B)R30_t + v_{15,1}(B)R1_t + N15_t \\
 &\quad \Pi_{15}(B) \nabla N15_t = e_{15t} \\
 iv. \quad R30_t &= N30_t \\
 &\quad \Pi_{30}(B) \nabla N30_t = e_{30t}
 \end{aligned} \quad (20)$$

donde:

-  $v_{i,j}(B)$  es la función de transferencia [véase Box y Jenkins(1970)] entre el tipo  $i$  y el tipo  $j$ . Con  $i, j=1, 7, 15$  y  $30$ .

-  $Ni_t$  es el ruido,  $I(1)$ , correspondiente a la ecuación que determina el tipo  $i=1, 7, 15$  y  $30$ .

-  $\Pi_i(B)$  es un polinomio en  $B$ , de grado infinito que recoge el esquema de autocorrelación implícito en  $\nabla Ni_t$ .

-  $e_{1t}$ ,  $e_{7t}$ ,  $e_{15t}$  y  $e_{30t}$  son los residuos de las ecuaciones i-iv. Siguen procesos de ruido blanco, con matriz de varianzas y covarianzas contemporánea:

$$\Sigma_e = \begin{pmatrix} \sigma_{e1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{e7}^2 & \sigma_{e7,e15} & 0 \\ 0 & \sigma_{e7,e15} & \sigma_{e15}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{e30}^2 \end{pmatrix} \quad (21)$$

Las ecuaciones i-iv se pueden expresar conjuntamente como:

$$\begin{pmatrix} \Pi_1(B) & 0 & 0 & -\Pi_1(B)v_{1,30}(B) \\ -\Pi_7(B)v_{7,1}(B) & \Pi_7(B) & 0 & -\Pi_7(B)v_{7,30}(B) \\ -\Pi_{15}(B)v_{15,1}(B) & 0 & \Pi_{15}(B) & -\Pi_{15}(B)v_{15,30}(B) \\ 0 & 0 & 0 & \Pi_{30}(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla R1_t \\ \nabla R7_t \\ \nabla R15_t \\ \nabla R30_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{1t} \\ e_{7t} \\ e_{15t} \\ e_{30t} \end{pmatrix} \quad (22)$$

o de forma más compacta:

$$\Pi(B) \nabla R_t = e_t \quad \text{con} \quad E(e_t e_t') = \Sigma_e \quad (23)$$

Nótese que:

$$\Pi(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & v_{1,30}(0) \\ v_{7,1}(0) & 1 & 0 & v_1^* \\ v_{15,1}(0) & 0 & 1 & v_2^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \neq I \quad (24)$$

donde:

$$\begin{aligned} v_1^* &= v_{7,1}(0)v_{1,30}(0) + v_{7,30}(0) \\ v_2^* &= v_{15,1}(0)v_{1,30}(0) + v_{15,30}(0) \end{aligned} \quad (25)$$

Si (23) se premultiplica por  $\Pi(0)^{-1}$  se obtiene el modelo normalizado siguiente:

$$\Pi'(B) \nabla R_t = a_t \quad (26)$$

donde

$$\Pi'(B) = \Pi(0)^{-1} \Pi(B) \quad (27)$$

y

$$a_t = \Pi(0)^{-1} e_t \quad (28)$$

Igualando (26) y (15) se obtienen de forma única los resultados que muestra el Cuadro 4.

Cuadro 4

$g_{1,30}$	$g_{7,1}$	$g_{7,30}$	$g_{15,1}$	$g_{15,30}$
.036	4.357	.179	2.527	.357
$\sigma_{e1}\%$	$\sigma_{e7}\%$	$\sigma_{e15}\%$	$\sigma_{e30}\%$	$\rho_{e7e15}$
.00059	.00120	.00295	.01425	.621

$g_{1,j}$  es la ganancia de la función de transferencia  $v_{1,j}(B)$

con

$$\begin{aligned} v_{1,30}(B) &= .034 - .020B^2 + .020B^3 + .004B^4 - .004B^5 \\ v_{7,1}(B) &= \frac{3.198 - 1.343B + .890B^2}{1 - .570B + .200B^2} \\ v_{7,30}(B) &= \frac{.126 - .189B + .389B^2 - .280B^3 + .055B^4 + .036B^5 - .010B^6 + .001B^7 - .005B^8}{1 - .570B + .200B^2} \\ v_{15,1}(B) &= \frac{2.872 - 1.280B}{1 - .570B + .200B^2} \\ v_{15,30}(B) &= \frac{.415 - .294B + .037B^2 + .082B^3 - .011B^4 - .004B^5}{1 - .570B + .200B^2} \end{aligned}$$

$$\Pi_1(B) = (1 - .570B + .200B^2)^{-1}$$

$$\Pi_7(B) = (1 - .420B - .100B^2)^{-1}$$

$$\Pi_{15}(B) = \Pi_{30}(B) = 1$$

Las primas por plazo, en términos de los nuevos errores  $e_{it}$  quedan:

$$\nabla \pi_t^{30,7} = \frac{360}{7} [ (-12.85 + .45B - .89B^2 - .89B^3) e_{1t} + (-3.64 + .52B + .10B^2 + .10B^3) e_{7t} + (-.06 + .03B + .02B^2) e_{30,t} ] \quad (30)$$

$$\nabla \pi_t^{15,7} = \frac{360}{7} [ (-2.18 + .06B - .57B^2 - 1.21B^3) e_{1t} + (-1.58 + .42B + .20B^2) e_{7t} + (.07 - .02B^2 - .04B^3) e_{30,t} + (1) e_{15,t} ] \quad (31)$$

$$\nabla \pi_t^{30,15} = \frac{360}{15} [ (-4.46 + 1.28B) e_{1t} + (.02 + .09B + .05B^2) e_{30,t} + (-2) e_{15,t} ] \quad (32)$$

El Cuadro 5 presenta la contribución, de cada uno de los residuos del modelo (26), a la varianza de la primera diferencia de las primas. Las contribuciones de los residuos de las ecuaciones a 7 y 15 días, se han agregado debido a que no son independientes.

Cuadro 5

	$e_{1t}$	$(e_{7t}+e_{15t})$	$e_{30t}$
$\nabla \pi_t^{30,7}$	73%	26%	1%
$\nabla \pi_t^{15,7}$	14%	76%	10%
$\nabla \pi_t^{30,15}$	16%	77%	7%

En cualquiera de las primas calculadas, el residuo correspondiente al tipo a 30 días es el que menos contribuye. Parece que a la hora de fijar la prima por plazo, los residuos de la ecuación del tipo a 30 días, son mucho menos importantes que los asociados al resto de los tipos.

Residuos positivos continuados en los tipos a más corto plazo, reducen en general el incremento de las primas. Este hecho puede explicarse extendiendo el efecto "apalancamiento" al caso de tipos interbancarios, buenas noticias en los tipos a corto, reducen la volatilidad y esto lleva a los agentes a reducir sus primas. Una racha de residuos negativos produce el efecto contrario.

#### V. Conclusiones

En este artículo se trata el problema de estimación y análisis del comportamiento de las primas por plazo dentro de la estructura temporal de tipos de interés.

El contexto uniecuacional estándar para el tratamiento de este problema, impone serias restricciones: 1) Exclusión de la dinámica en las relaciones entre primas y sus determinantes, 2) ausencia de retroalimentación en estas relaciones y 3) omisión de la mayoría de las relaciones dinámicas entre las variables que forman el conjunto de información. Dadas estas restricciones, parece más

adecuado llevar a cabo este tipo de análisis dentro de un contexto multivariante estocástico.

En un contexto multivariante sin restringir se demuestra que:

1) Si el conjunto de tipos es  $I(1)$  y no existen relaciones de cointegración, los diferenciales entre tipos y las primas por plazo van a ser  $I(1)$ . Hall, Anderson y Granger(1992) demuestran la proposición contraria, esto es, si existe cointegración, las primas y los diferenciales van a ser  $I(0)$ . Este hecho permite conocer importantes propiedades estadísticas de la primas por plazo, aún antes de haberlas estimado.

2) Las primas por plazo pueden depender dinámicamente de todas las variables del conjunto de información que manejen los agentes. Al mismo tiempo pueden existir relaciones de retroalimentación que invaliden el análisis uniecuacional.

3) Esta estructura de dependencia dinámica, puede ser expresada en términos de los errores de previsión un período hacia delante asociados a esas variables, por consiguiente, una interpretación adecuada de la estructura de correlaciones contemporáneas entre ellos, proporciona información acerca de cuales son las variables relevantes en la determinación de las primas por plazo.

El análisis empírico llevado a cabo con tipos de interés del mercado interbancario español muestra que:

1) Existen relaciones de retroalimentación en el vector de tipos considerado. Por consiguiente, para estudiar la estructura temporal en el mercado interbancario, el marco adecuado es el multivariante estocástico.

2) Las series de tipos a uno, siete, quince y treinta días, para el período considerado, no están cointegradas. No parece existir un factor común no estacionario que impulse la estructura temporal de tipos. Para el caso de las letras del Tesoro en Estados Unidos, Hall, Anderson y Granger(1992) presentan un resultado ligeramente diferente. Estos autores tampoco encuentran cointegración para el período completo que analizan, sin embargo sí la encuentran para determinados subperíodos, concretamente para períodos en los que el tipo de interés es la variable objetivo de política monetaria. Este hecho sugiere una relación entre el tipo

de política de la autoridad monetaria y el resultado de cointegración entre tipos.

3) Todas las primas calculadas son variables no estacionarias  $I(1)$ . Dos de ellas mantienen el signo durante todo el período muestral considerado (treinta días versus siete y quince versus siete), la otra cambia de signo frecuentemente (treinta días versus quince). Estos resultados parecen apoyar la hipótesis del Habitat Preferido, aunque para los dos primeros también puede aceptarse la hipótesis de Preferencia por la Liquidez. Freixas y Novales(1991) y Ayuso, Novales y de la Torre(1989) encuentran resultados similares utilizando datos mensuales.

4) Una estructura de relaciones en la que el tipo a treinta días se determina al margen del resto de tipos, el tipo a un día se fija en función del tipo a treinta días y los tipos a siete y quince se fijan de acuerdo con los dos anteriores, es compatible con la estructura de correlaciones dinámicas obtenida a partir de los datos. Hall, Anderson y Granger(1992) alcanzan un resultado similar: los tipos a más largo plazo contienen información relevante para prever los tipos a más corto plazo, mientras que los tipos a corto no contienen información relevante para la previsión de los tipos a largo. Estos últimos parecen liderar la estructura temporal.

5) Bajo el supuesto de que la estructura de relaciones entre tipos expuesta en 4) es válida, los errores de previsión en el tipo a treinta días contribuyen muy poco a la variabilidad de los incrementos en las primas, son los residuos correspondientes al resto de tipos los que fundamentalmente la generan. Esto implica que si se desea mejorar la explicación del comportamiento de dichas primas, deberán encontrarse variables que expliquen el comportamiento de los errores de previsión de los tipos a más corto plazo.

6) Una secuencia de tres o más residuos positivos en los tipos a corto, reducen el incremento de las primas. Este hecho sugiere la existencia de un efecto apalancamiento ["leverage effect", Black y Fisher(1976)] en el mercado interbancario.

Por último es importante decir que la estructura de relaciones entre tipos que se obtiene a partir de la diagonalización de la matriz de varianzas y covarianzas de los errores del modelo ARMA, es especialmente discutible. Dicha estructura depende de tres supuestos que si bien no son contrastables con datos semanales, sí lo son con datos diarios. En este sentido una extensión clara de este trabajo es analizar las relaciones diarias entre dichos tipos, con objeto de determinar la validez de dichos supuestos.



## BIBLIOGRAFÍA

Ayuso, Juan, Alfonso Novales y María L. de la Torre (1989), "¿Incorporan los Tipos del Interbancario una Evaluación del Riesgo?" Documento de trabajo, No.90-08, FEDEA.

Black, Fisher (1976), "Studies in Stock Price Volatility Changes", Proceedings of the 1976 Business Meeting of the Business and Economics Statistics Section, American Statistical Association: 177-181.

Box, G.E.P. y G.M. Jenkins (1970), Time Series Analysis Forecasting and Control, San Francisco: Holden Day.

Engle, Robert F., David M. Lilien y Russell P. Robins (1987), "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model", Econometrica, Vol.55, No.2:391-407.

Fama, Eugene F. (1976), "Inflation Uncertainty and Expected Return on Treasury Bills", Journal of Political Economy, Vol.84:427-448.

Freixas, Xavier y Alfonso Novales (1991), "Primas de Riesgo y Cambio de Habitat", Documento de trabajo, No.91-08, FEDEA.

Friedman, Benjamin M. (1980), "Survey Evidence on the 'Rationality' of Interest Rate Expectations", Journal of Monetary Economics 6:453-465.

Granger, Clive W.J. (1981), "Some Properties of Time Series Data and Their Use in Econometric Model Specification", Journal of Econometrics 16:121-130.

Hall, Anthony D., Heather M. Anderson y Clive W.J. Granger (1992), "A Cointegration Analysis of Treasury Bill Yields", The Review of Economics and Statistics, Vol.74, No. 1:116-125.

Hicks, J.R. (1939), Value and Capital, Oxford University Press.

Jenkins, G.M. y A.S. Alavi (1981), "Some Aspects of Modelling and Forecasting Multivariate Time Series", Journal of Time Series Analysis 2:1-47.

Jones, David S. y V. Vance, Roley (1983), "Rational Expectations and the Expectation Model of the Term Structure", Journal of Monetary Economics 12:453-465.

Kane, Edward J. y Burton, Malkiel (1967), "The Term Structure of Interest Rates: An Analysis of a Survey of Interest Rate Expectations", Review of Economics and Statistics 69:343-55.

Mankiw, N.G. y L.H. Summers (1984), "Do Long-Term Interest Rates Overreact to Short-Term Interest Rates?", Brookings Papers of Economic Activity, Vol.00:223-242.

McCulloch, J. Huston (1975), "An Estimate of the Liquidity Premium", Journal of Political Economy 83:95-119.

Meiselman, David (1962), The Term Structure of Interest Rates, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.

Modigliani, Franco y Robert J. Shiller (1973), "Inflation, Rational Expectations and the Term Structure of Interest Rates", Economica, 40:12-43.

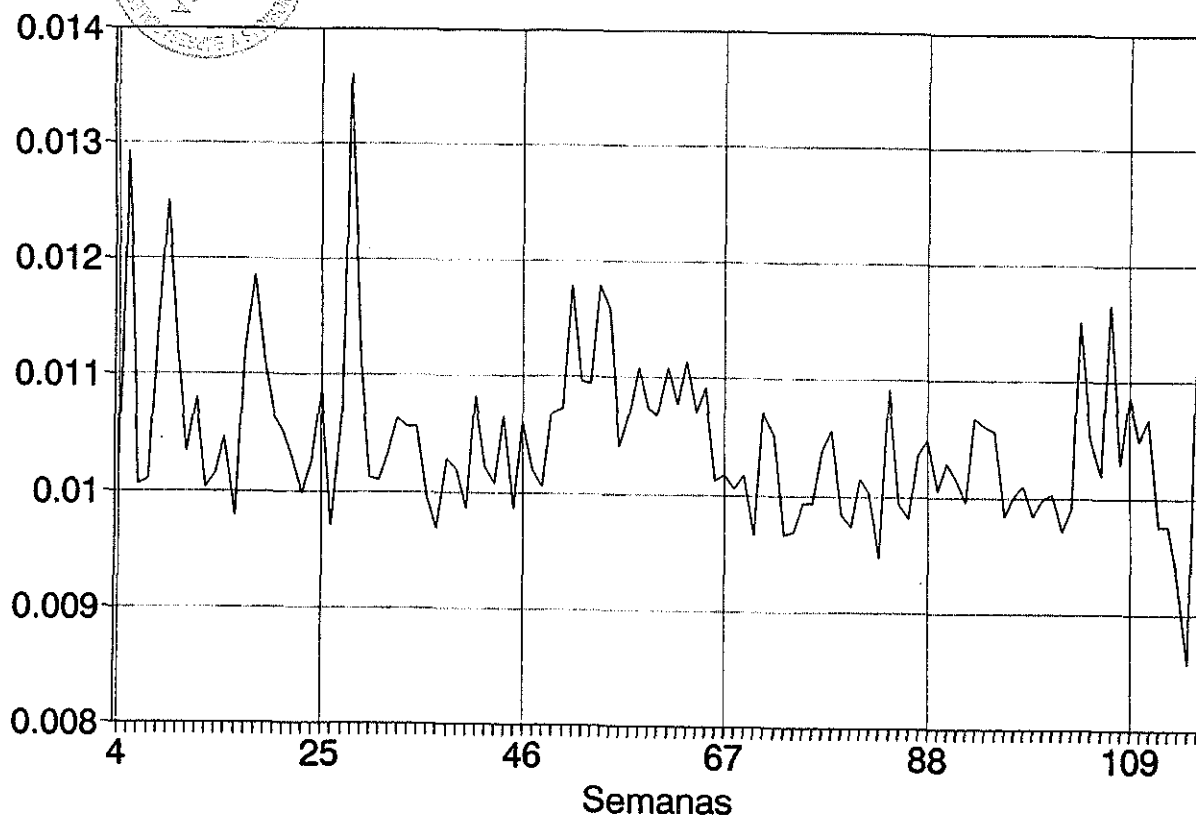
Modigliani, Franco y Richard Sutch (1966), "Innovations in Interest Rate Policy", American Economic Review, Papers and Proc. 56:178-97.

Zellner, Arnold y Franz Palm (1974), "Time Series Analysis and Simultaneous Equation Econometric Models", Journal of Econometrics 2:17-54.



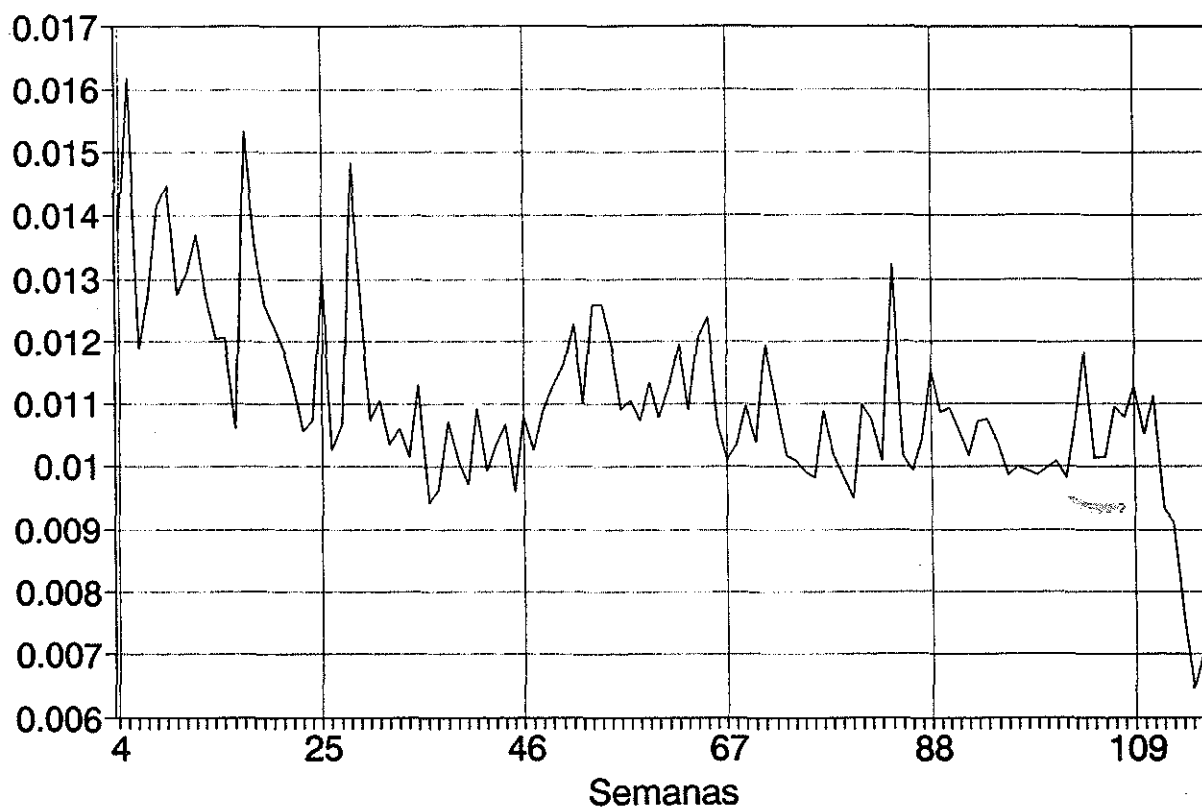
# PRIMA POR PLAZO

15 días versus 7 días



# PRIMA POR PLAZO

30 días versus 7 días



## DOCUMENTOS DE TRABAJO

- 9301: *"Análisis del Comportamiento de las Cotizaciones Reales en la Bolsa de Madrid bajo la Hipótesis de Eficiencia"*. Rafael Flores de Frutos. Diciembre 1992.
- 9302: *"Sobre la Estimación de Primas por Plazo dentro de la Estructura Temporal de Tipos de Interés"*. Rafael Flores de Frutos. Diciembre 1992.
- 9303: *"Cambios de Estructuras de Gasto y de Consumo en el Cálculo del IPC"*. Antonio Abadía. Febrero 1993.
- 9304: *"Tax Analysis in a Limit Pricing Model"*. Felix Marcos. Febrero 1993.
- 9305: *"El Tipo de Cambio Propio: Reformulación del Concepto y Estimación para el Caso Español"*. Jose de Hevia Payá. Junio 1993.
- 9306: *"Price Volatility Under Alternative Monetary Instruments"*. Alfonso Novales. Abril 1992.
- 9307: *"Teorías del Tipo de Cambio: Una Panorámica"*. Oscar Bajo Rubio. Simón Sosvilla Rivero. Junio 1993.

## PRIMA POR PLAZO 30 días versus 15 días

